NTNU
Fakultet for lærer- og tolkeutdanning

Emnekode(r):	**LGU52003**
Emnenavn:	**Matematikk 2 (5-10), emne 2**
Studiepoeng:	**15**
Eksamensdato:	**23. mai 2016**
Varighet/Timer:	**6**
Målform:	**Bokmål**
Kontaktperson/faglærer: (navn og telefonnr på eksamensdagen)	**Tore Forbregd (92 44 62 36)**
Oppgavesettet består av: (antall oppgaver og antall sider inkl. forside)	**5 oppgaver, 3 sider**
Vedlegg består av: (antall sider)	**4 sider**

Hjelpemidler:

Tillatte hjelpemidler er valgfri kalkulator som ikke kan kommunisere trådløst og valgfri utgave av LK06.

Evnt. info:

Alle oppgavene skal besvares og svarene begrunnes. Den endelige karakteren vil bygge på en helhetsvurdering av besvarelsen.

NB! Oppgaveteksten kan beholdes av studenter som sitter eksamenstiden ut. Resultatet blir gjort tilgjengelig fortløpende på studweb. når sensur er innlevert av sensor, senest første virkedag etter sensurfristen (3 uker etter eksamensdato). Lykke til!

Oppgave 1

Grafen i Vedlegg 1 viser farten som en deltaker i et ultramaraton holder over en tidsperiode på 12 timer.

a) Hva er farten når det er gått 10 timer?

b) Forklar hvordan du kan lese av akselerasjonen etter 10 timer.

c) Hva er den største farten deltakeren har i løpet av tidsperioden? Når skjer det?

Vi antar at farten etter x timer er gitt ved:

$$f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 10x & : 0 \leq x \leq 4 \\ 8 & : 4 < x < 8 \\ -\frac{1}{2}(8-x)^2 + 8 & : 8 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

d) Bruk funksjonen til å finne den største farten deltakeren har i løpet av turen.

e) Bruk funksjonen til å finne ut hvor langt deltakeren har løpt.

Oppgave 2

En funksjon f er gitt ved $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$.

a) Vi vet at $x = -2$ er et nullpunkt på grafen. Utfør polynomdivisjonen og vis at $x = 1$ og $x = -3$ også er nullpunkter.

b) Deriver funksjonen og finn eventuelle topp- eller bunnpunkt på grafen.

c) Bruk et fortegnsskjema som utgangspunkt for å lage en skisse av grafen.

d) Hva er et vendepunkt? Har grafen til f et vendepunkt, og eventuelt hvor?

e) Finn funksjonsuttrykket til tangenten i punktet $(0, -6)$.

f) Finn arealet under grafen i intervallet $[-3, -2]$.

Oppgave 3

Tor holder opp seks kort (ess til seks) og ber deg trekke.

a) Hva er sannsynligheten for at du får sekseren når du trekker ett kort? Hva er sannsynligheten for at du får sekseren når du trekker tre kort (uten tilbakelegging)?

Du kaster tre terninger. Tor påstår at siden sjansen for å få seks på en terning er 1/6, så må sannsynligheten for å få minst en sekser være $3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

b) Kommenter påstanden til Tor. Hva er sannsynligheten for å få minst en sekser?

c) Tor vedder 50 kr på at du kommer til å få minst en sekser, og du vedder i mot. La X være gevinsten din på veddemålet (hvis du taper, er X negativ). Finn E(X) og Var(X).

Tor antar at du jukser med terningene og vil heller spille kort igjen. Han fjerner alle kort fra 7 til konge i en kortstokk, og stokker de resterende 24 kortene. Du trekker tre kort.

d) Hva er nå sannsynligheten for å få minst en sekser? Hvorfor blir ikke svaret det samme som i a eller b?

Oppgave 4

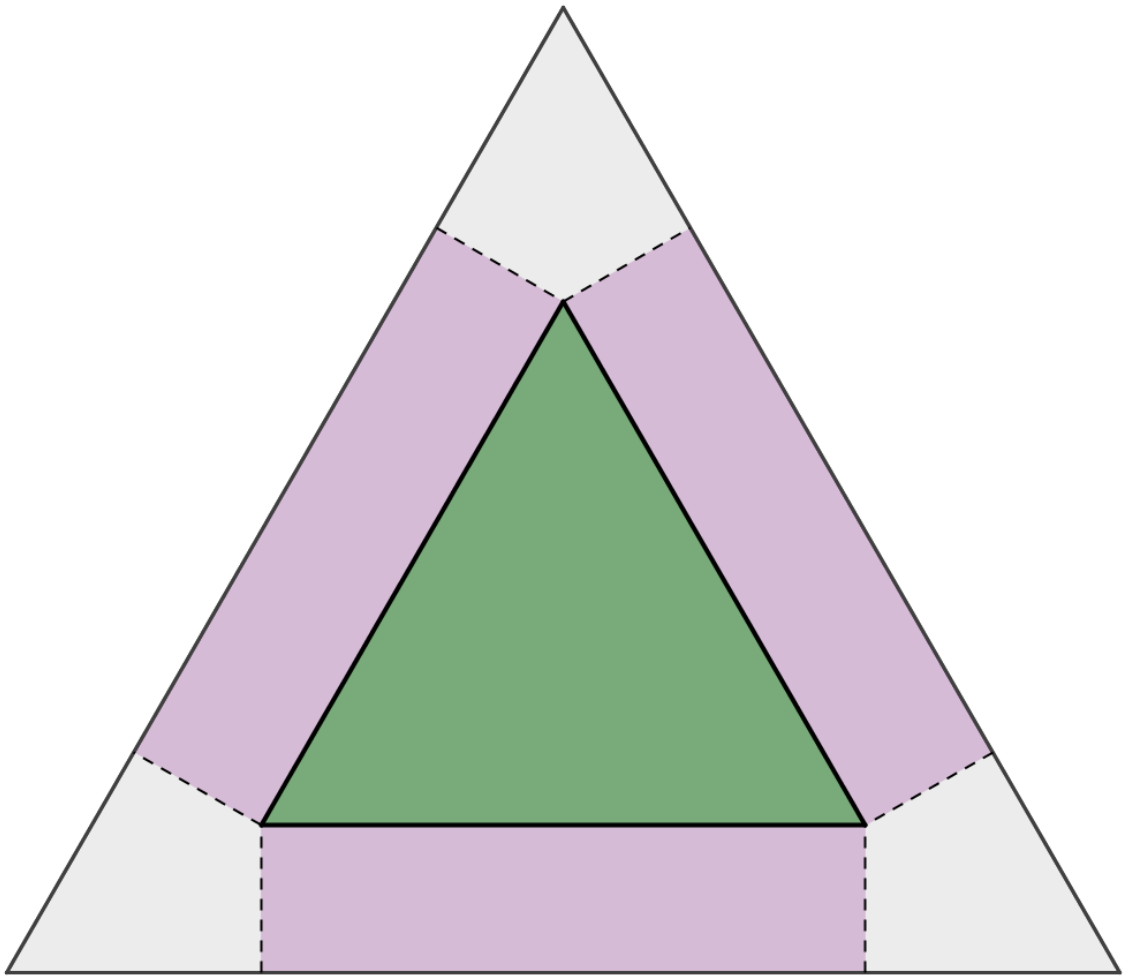
En produsent av sportsutstyr ønsker å undersøke produksjonen av en bestemt type fiskesnøre. En viktig egenskap i denne sammenhengen er bruddstyrken. Det er ønskelig at forventet bruddstyrke μ for denne type fiskesnøre er 14 kg. Variansen σ^2 antas å være kjent og lik 0,49 kg^2.

a) Anta først at bruddstyrken til fiskesnørene er normalfordelte. En kontrollør tester bruddstyrken på ett fiskesnøre og finner verdien 13,2 kg. Gjennomfør en hypotesetest av $H_0 : \mu = 14\ kg$ mot $H_1 : \mu < 14\ kg$ med signifikansnivå $\alpha = 0,05$. Hvorfor tror du at den alternative hypotesen er $\mu < 14\ kg$ og ikke $\mu \neq 14\ kg$?

b) Anta nå i stedet at $\mu = 13,5\ kg$. Hva blir sannsynligheten for å forkaste hypotesen H_0 fra punkt a over, dersom denne alternative hypotesen er sann. Er dette en god test, dersom bedriften er avhengig av å oppdage avvik i forventningsverdien på mer enn 0,5 kg?

c) Hva ville du gjort annerledes dersom fordelingen til bruddstyrken ikke var kjent? (Du kan fortsatt anta at variansen σ^2 er kjent og lik 0,49 kg^2)

Oppgave 5



I denne oppgaven skal dere lage en beholder fra en likesidet trekant ved å klippe vekk hjørnene langs de stiplede linjene (slik at den grønne trekanten er likesidet) i den grå trekanten for så å brette de lilla flappene opp.

Anta at overflateareal til hele trekanten er $3600\sqrt{3}\ cm^2$.

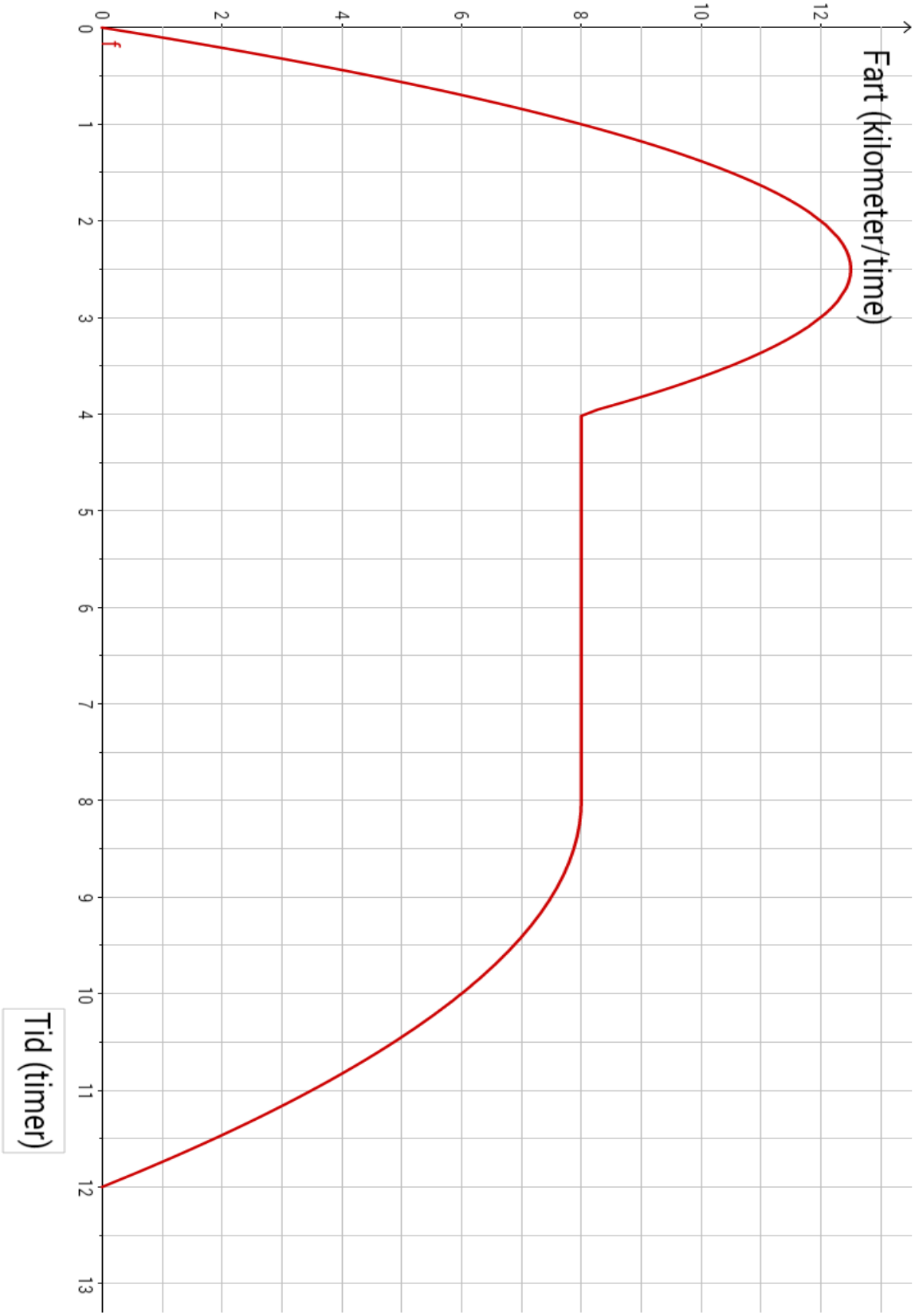
a) Hva er sidelengden til den store trekanten?

La så x være høyden i den ferdigbrettede beholderen.

b) Vis at volumet, $V(x)$, i beholderen er gitt ved funksjonsuttrykket
$V(x) = \sqrt{3} \cdot x \cdot (60 - \sqrt{3} \cdot x)^2$

c) Hvor høy må beholderen være for å romme mest mulig?

Vedlegg 1


Fart (kilometer/time)
12
10
8
6
4
2
0
f
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
Tid (timer)

Vedlegg 2: Formelark, sannsynlighetsregning og statistikk (**merk: to sider**)

Binomialkoeffisient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Addisjonssetningen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Definisjon av betinget sannsynlighet

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

A og B er uavhengige dersom

$$P(A \mid B) = P(A)$$

Produktsetningen for uavhengige hendelser

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Bayes formel:

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \overline{A})P(\overline{A})}$$

Forventning, varians og standardavvik for en stokastisk variabel X

$$\mu = \mathrm{E}(X) = \sum_{\text{alle} x_i} x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = \sum_{\text{alle} x_i} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$

Hypergeometrisk fordeling

$$P(X = x) = \frac{\binom{S}{x}\binom{N-S}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \qquad \mathrm{E}(X) = np, \qquad \mathrm{Var}(X) = np \cdot (1-p)\,\frac{N-n}{N-1}$$

der $p = S/N$.
Binomisk fordeling

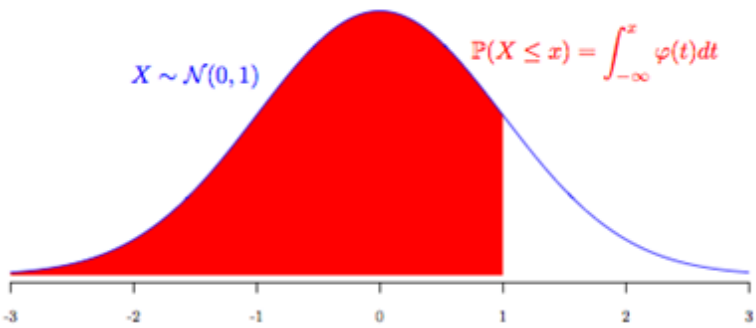
$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad \mathrm{E}(X) = np, \qquad \mathrm{Var}(X) = np(1-p)$$

Dersom X er normalfordelt med forventning μ og varians σ^2, og

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

så er Z normalfordelt med forventning 0 og varians 1.

Vedlegg 3: Standard normalfordeling



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990